



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR

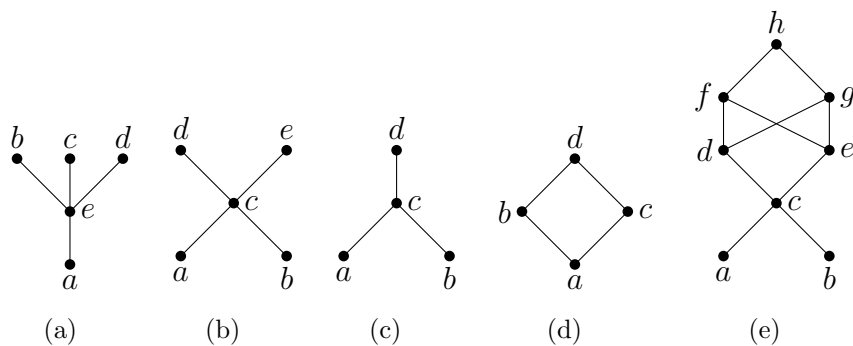
Departamento de Computación y T. I.
Estructuras Discretas III (CI-2527)
Prof.: S, Carrasquel

Sep-Dic 2021

Práctica 07
Relaciones de Orden

- Decimos que "x divide a y" y escribimos, $x|y$ si y sólo si existe $z \in \mathbb{Z}$ tal que $y = z \cdot x$. Sea $A = \{x \in \mathbb{N} : x|60\}$. Considere el CPO $\langle A, | \rangle$.
 - Pruebe que $\langle C, | \rangle$ es un CPO para todo $C \subseteq \mathbb{N}$
 - Dibuje el diagrama de Hasse de $\langle A, | \rangle$
 - Dado $B = \{2, 4, 10, 12, 20\}$ halle $Maxs(B)$, $Mins(B)$, $\max(B)$, $\min(B)$, $cot\sup(B)$, $cot\inf(B)$, $\sup(B)$, $\inf(B)$
- Demuestre que $\langle \mathcal{P}(A), \subseteq \rangle$ es un reticulado distributivo y unívocamente complementado, esto es, demuestre que es un álgebra de Boole.
- Dado el orden parcial $\langle A, \leq' \rangle$ con $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, se define la relación binaria \sqsubseteq' sobre $A \times A$ como sigue $\langle x, y \rangle \sqsubseteq' \langle u, v \rangle \Leftrightarrow x \leq' u \wedge y \leq' v$
 - Demuestre que $\langle A \times A, \sqsubseteq \rangle$ es un orden parcial
 - Si $\{M_1, M_2, \dots, M_k\}$ y $\{m_1, m_2, \dots, m_s\}$ son respectivamente los maximales y los minimales de $\langle A, \leq \rangle$, ¿cuáles son los maximales y los minimales de $\langle A \times A, \sqsubseteq \rangle$?
 - ¿Que condiciones son necesarias para que $\langle A \times A, \sqsubseteq \rangle$ tenga máximo y cuál es?
- Sea $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Decida cual de las siguientes relaciones sobre A es reflexiva, irreflexiva, simétrica, antisimétrica, asimétrica y/o transitiva.
 - $\{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$
 - $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
 - $\{(2, 4), (4, 2)\}$
 - $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$

5. Probar que si $\langle A, R \rangle$ es un conjunto parcialmente ordenado y $B \subseteq A$, entonces:
- Si existe mínimo de B , es único
 - Si B tiene máximo, entonces tiene un único elemento maximal
 - si B tiene máximo, entonces tiene supremo
6. Para las siguientes relaciones, indique si la relación es reflexiva, simétrica o transitiva.
- Sean x e y enteros, y sea xRy sí y sólo sí x divide a y .
 - Sean x e y seres humanos, y sea xRy sí y sólo sí x e y pertenecen a la misma familia.
 - Sean x e y niños, y sea xRy sí y sólo sí x es hermano de y o si $x = y$.
7. Para cada uno de los siguientes diagramas de Hasse, diga si el CPO es un reticulado, es acotado, o si es distributivo. Justifique su respuesta.



8. Dado un conjunto no vacío A denotaremos por $\mathcal{O}(A)$ al conjunto de los órdenes parciales del conjunto A .
- (a) Demuestre que el par $\langle \mathcal{O}(A), \subseteq \rangle$ es un conjunto parcialmente ordenado.
 - (b) Pruebe que los órdenes lineales son los elementos maximales
 - (c) Diga quién es el mínimo del cpo
 - (d) ¿cuáles son los sucesores inmediatos del mínimo?